

Pauta · Banco de Ejercitación · Eje Geometría

Preparación Admisión 2027 · Colegio Champagnat · Primero Medio

Cada ejercicio trae el desarrollo paso a paso y **una comprobación por un camino independiente**. Al corregir: si fallaste, lee el desarrollo completo y repite la comprobación tú misma — ahí es donde se aprende.

NIVEL 1 · BASE

S1. Cuadrantes

Regla de signos: I (+,+) · II (-,+) · III (-,-) · IV (+,-).

- a. (5, 2): x positiva, y positiva → **cuadrante I**.
- b. (-3, 6): x negativa, y positiva → **cuadrante II**.
- c. (-1, -7): ambas negativas → **cuadrante III**.
- d. (4, -4): x positiva, y negativa → **cuadrante IV**.

Comprobación: dibuja la cruz de ejes con los signos anotados y ubica cada punto a mano alzada; cada uno debe caer en el cuadrante indicado.

S2. Puntos sobre los ejes

- a. (0, 4): la x es 0 → está **sobre el eje Y**, 4 unidades **arriba** del origen.
- b. (-6, 0): la y es 0 → está **sobre el eje X**, 6 unidades a la **izquierda** del origen.

Comprobación: un punto está en un eje cuando una de sus coordenadas es 0; si ninguna es 0, está dentro de un cuadrante. Aquí cada punto tiene exactamente un 0 ✓.

S3. Del movimiento a las coordenadas

1. 3 a la izquierda → $x = -3$. 5 hacia arriba → $y = +5$.
2. Coordenadas: **(-3, 5)**, con x negativa e y positiva → **cuadrante II**.

Comprobación (camino inverso): partiendo de (-3, 5) y regresando 3 a la derecha y 5 hacia abajo se llega a (0, 0), el origen ✓.

S4. Hipotenusa con catetos 9 y 12

1. $c^2 = 9^2 + 12^2 = 81 + 144 = 225$.

2. $c = \sqrt{225} = 15 \text{ cm.}$

Comprobación: $15^2 = 225$ y $81 + 144 = 225$ ✓. Además es el trío 3-4-5 multiplicado por 3, y la hipotenusa (15) es mayor que ambos catetos ✓.

S5. Hipotenusa con catetos 5 y 12

1. $c^2 = 5^2 + 12^2 = 25 + 144 = 169.$

2. $c = \sqrt{169} = 13 \text{ m.}$

Comprobación: $13^2 = 169 = 25 + 144$ ✓. Trío pitagórico 5-12-13; la hipotenusa es el lado mayor ✓.

S6. Hipotenusa con catetos 8 y 15

1. $c^2 = 8^2 + 15^2 = 64 + 225 = 289.$

2. $c = \sqrt{289} = 17 \text{ cm.}$

Comprobación: $17^2 = 289 = 64 + 225$ ✓. Trío 8-15-17 ✓.

S7. Traslación con $v = (2, 4)$

- a. $A' = (3 + 2, 2 + 4) = (5, 6).$
- b. $B' = (-4 + 2, 1 + 4) = (-2, 5).$

Comprobación (traslación inversa): aplicar el vector opuesto $(-2, -4)$ a cada imagen debe devolver el original: $(5 - 2, 6 - 4) = (3, 2) = A$ ✓ y $(-2 - 2, 5 - 4) = (-4, 1) = B$ ✓.

S8. Traslación con $v = (3, -5)$

1. $P' = (-2 + 3, 6 - 5) = (1, 1).$

2. Ambas coordenadas positivas → **cuadrante I.**

Comprobación (inversa): $(1 - 3, 1 + 5) = (-2, 6) = P$ ✓.

S9. Triángulo trasladado con $v = (-2, -1)$

1. $A' = (0 - 2, 1 - 1) = (-2, 0).$

2. $B' = (2 - 2, 0 - 1) = (0, -1).$

3. $C' = (1 - 2, 3 - 1) = (-1, 2).$

Comprobación (medidas conservadas): de A a B las diferencias son $(+2, -1)$; de A' a B' también $(+2, -1)$ ✓. La traslación mueve todo el triángulo igual, sin deformarlo. Comprobación inversa con $(2, 1)$: $(-2 + 2, 0 + 1) = (0, 1) = A$ ✓.

NIVEL 2 · TIPO PRUEBA (dosis del día sugerida: S10 a S19; S20 y S21 opcionales)

S10. Cateto con hipotenusa 25 y cateto 7 — Clave: C

1. Piden un **cateto** y el dato es la hipotenusa → se **resta**: $b^2 = 25^2 - 7^2 = 625 - 49 = 576$.
2. $b = \sqrt{576} = 24 \text{ cm}$ → alternativa C.

Comprobación: $7^2 + 24^2 = 49 + 576 = 625 = 25^2$ ✓ (trío 7-24-25). Además $24 < 25$: el cateto salió menor que la hipotenusa ✓.

Distractores: A) $18 = 25 - 7$ (restó los lados, no los cuadrados). B) $32 = 25 + 7$ (sumó los lados). D) $26 \approx \sqrt{(625 + 49)}$ (sumó los cuadrados cuando correspondía restar — EL error del tema; delata el error que el resultado sea mayor que la hipotenusa).

S11. Escalera de 15 m, base a 9 m

1. La escalera es la **hipotenusa** (15); la distancia al muro es un **cateto** (9); la altura es el otro cateto.
2. $h^2 = 15^2 - 9^2 = 225 - 81 = 144$.
3. $h = \sqrt{144} = 12 \text{ m}$.

Comprobación: $9^2 + 12^2 = 81 + 144 = 225 = 15^2$ ✓ (trío 3-4-5 por 3). Y $12 < 15$: la altura es menor que la escalera, como debe ser ✓.

S12. Diagonal del patio 12×16 — Clave: B

1. La diagonal parte el rectángulo en dos triángulos rectángulos: la diagonal es la hipotenusa, los lados son catetos.
2. $d^2 = 12^2 + 16^2 = 144 + 256 = 400$.
3. $d = \sqrt{400} = 20 \text{ m}$ → alternativa B.

Comprobación: 12-16-20 es el trío 3-4-5 multiplicado por 4: $144 + 256 = 400 = 20^2$ ✓. La diagonal (20) es mayor que cada lado y menor que su suma (28) ✓.

Distractores: A) $28 = 12 + 16$ (sumó los lados en vez de sus cuadrados). C) $4 = 16 - 12$ (restó los lados). D) 400 (olvidó sacar la raíz: se quedó en d^2).

S13. Dron: 20 km este y 21 km norte

1. Los dos tramos son perpendiculares (este $\perp$ norte): forman los catetos; la distancia en línea recta es la hipotenusa.
2. $d^2 = 20^2 + 21^2 = 400 + 441 = 841$.
3. $d = \sqrt{841} = 29 \text{ km}$.

Comprobación: $29^2 = 841$ y $400 + 441 = 841$ ✓ (trío 20-21-29). Sensatez: 29 es mayor que cada tramo (20 y 21) y menor que ir por el camino largo (41) ✓.

S14. Volantín con hilo de 26 m — Clave: A

1. El hilo tenso es la **hipotenusa** (26); la distancia horizontal en el suelo es un cateto (24); la altura es el otro cateto.
2. $h^2 = 26^2 - 24^2 = 676 - 576 = 100$.
3. $h = \sqrt{100} = 10 \text{ m} \rightarrow$ alternativa **A**.

Comprobación: $10^2 + 24^2 = 100 + 576 = 676 = 26^2$ ✓ (trío 5-12-13 multiplicado por 2).
Y $10 < 26$ ✓.

Distractores: B) $50 = 24 + 26$ (sumó los lados). C) $2 = 26 - 24$ (restó los lados). D) $35 \approx \sqrt{(676 + 576)}$ (sumó los cuadrados en vez de restar).

S15. Rotación de (5, 3) en 90° antihorario — Clave: C

1. Regla de 90°: $(x, y) \rightarrow (-y, x)$: se intercambian las coordenadas y el signo menos queda en la primera.
2. $(5, 3) \rightarrow (-3, 5) \rightarrow$ alternativa **C**.

Comprobación (cuadrantes): (5, 3) está en el cuadrante I; un giro de 90° antihorario avanza UN cuadrante ($I \rightarrow II$), y $(-3, 5)$ está en el II ✓. Comprobación extra: rotar $(-3, 5)$ otros 90° da $(-5, -3)$, que es exactamente la regla de 180° aplicada a (5, 3) ✓.

Distractores: A) $(3, -5)$ es la rotación en 270° (confundir el sentido del giro). B) $(-5, -3)$ es la rotación en 180°. D) $(3, 5)$ intercambia las coordenadas pero olvida el cambio de signo.

S16. Triángulo rotado en 180°

1. Regla de 180°: $(x, y) \rightarrow (-x, -y)$: cambian AMBOS signos, sin intercambiar coordenadas.
2. $A(2, 3) \rightarrow A'(-2, -3)$.
3. $B(5, 1) \rightarrow B'(-5, -1)$.
4. $C(3, -2) \rightarrow C'(-3, 2)$.

Comprobación (doble giro de 90°): $A(2, 3)$ rotado 90° da $(-3, 2)$; rotado otros 90° da $(-2, -3) = A'$ ✓. Cuadrantes: A pasa de I a III (dos cuadrantes de avance, correcto para 180°); C pasa de IV a II ✓.

S17. Rotación de (4, 1) en 270° antihorario — Clave: B

1. Regla de 270°: $(x, y) \rightarrow (y, -x)$: se intercambian las coordenadas y el signo menos queda en la segunda.
2. $(4, 1) \rightarrow (1, -4) \rightarrow$ alternativa **B**.

Comprobación (triple giro de 90°): $(4, 1) \rightarrow 90^\circ \rightarrow (-1, 4) \rightarrow 90^\circ \rightarrow (-4, -1) \rightarrow 90^\circ \rightarrow (1, -4)$ ✓. Cuadrantes: de I avanza tres cuadrantes antihorario ($I \rightarrow II \rightarrow III \rightarrow IV$) y $(1, -4)$ está en el IV ✓.

Distractores: A) $(-1, 4)$ es la rotación en 90° (confundir 270° con 90°). C) $(-4, -1)$ es la de 180°. D) $(4, -1)$ solo cambia un signo sin intercambiar coordenadas.

S18. Rotación de (2, 6) en 90° horario

1. 90° en sentido **horario** equivale a **270° antihorario** (llegar al mismo lugar girando por el otro lado).
2. Regla de 270°: $(x, y) \rightarrow (y, -x)$: $(2, 6) \rightarrow (6, -2)$.

Comprobación: si a $(6, -2)$ le aplico 90° **antihorario** debo deshacer el giro y volver al inicio: $(-y, x) = (2, 6)$ ✓. Cuadrantes: girando en sentido horario desde I se retrocede al IV, y $(6, -2)$ está en el IV ✓.

S19. Traslaciones encadenadas

- a. Primera traslación: $(1 + 3, -2 + 4) = (4, 2)$. Segunda: $(4 - 5, 2 + 2) = (-1, 4)$.
- b. Vector único equivalente = suma de los vectores: $v_1 + v_2 = (3 + (-5), 4 + 2) = (-2, 6)$.

Comprobación (camino independiente): aplicar directamente $(-2, 6)$ al punto original: $(1 - 2, -2 + 6) = (-1, 4)$ — coincide con el resultado por etapas ✓. Comprobación inversa: $(-1 + 2, 4 - 6) = (1, -2) = P$ ✓.

S20. Traslaciones encadenadas (alternativas) — Clave: A

1. Primera: $(-3 + 4, 2 - 3) = (1, -1)$.
2. Segunda: $(1 + 2, -1 + 5) = (3, 4) \rightarrow$ alternativa A.

Comprobación (vector suma): $v_1 + v_2 = (6, 2)$; $(-3 + 6, 2 + 2) = (3, 4)$ ✓. Inversa: $(3 - 6, 4 - 2) = (-3, 2) = A$ ✓.

Distractores: B) $(-9, 0)$ restó ambos vectores en vez de sumarlos. C) $(6, 2)$ es la suma de los vectores “sola” (olvidó aplicarla al punto A). D) $(3, -4)$ error de signo en la coordenada y del último paso.

S21. Poste con cable de 17 m

1. El cable es la **hipotenusa** (17); la distancia de la base al anclaje es un cateto (8); el poste es el otro cateto.
2. $h^2 = 17^2 - 8^2 = 289 - 64 = 225$.
3. $h = \sqrt{225} = 15$ m.

Comprobación: $8^2 + 15^2 = 64 + 225 = 289 = 17^2$ ✓ (trío 8-15-17). El poste (15) salió menor que el cable (17) ✓.

NIVEL 3 · DESAFÍO

S22. Hipotenusa con raíz no exacta (catetos 4 y 6)

- a. $c^2 = 4^2 + 6^2 = 16 + 36 = 52 \rightarrow c = \sqrt{52}$. Como $49 < 52 < 64$, es decir $7^2 < 52 < 8^2$, la hipotenusa está **entre 7 y 8 cm**.
- b. 52 está a 3 unidades de 49 y a 12 unidades de 64 $\rightarrow \sqrt{52}$ está **más cerca de 7**.

Comprobación: $7^2 = 49$ (se queda corto) y $8^2 = 64$ (se pasa) ✓; además $7,2^2 = 51,84 \approx 52$, lo que confirma que está apenas por sobre 7 ✓. Prueba definitiva con el punto medio: $7,5^2 = 56,25$ y $52 < 56,25$, así que $\sqrt{52}$ queda por debajo de 7,5 $\rightarrow$ más cerca de 7 ✓. Sensatez: la hipotenusa ($\approx 7,2$) es mayor que ambos catetos (4 y 6) ✓.

S23. Cateto con raíz no exacta (hipotenusa 9, cateto 5)

1. Piden un cateto $\rightarrow$ se resta: $b^2 = 9^2 - 5^2 = 81 - 25 = 56 \rightarrow b = \sqrt{56}$.
2. Como $49 < 56 < 64$ ($7^2 < 56 < 8^2$), el cateto mide **entre 7 y 8 m**.

Comprobación: con $b \approx 7,5$: $5^2 + 7,5^2 = 25 + 56,25 \approx 81 = 9^2$ ✓. Y el cateto ($\approx 7,5$) salió menor que la hipotenusa (9) ✓ — si hubieras sumado, $\sqrt{106} \approx 10,3 > 9$ habría delatado el error.

S24. Composición: trasladar y rotar (y el orden importa)

- a. Traslación con $v = (2, -1)$: $(1 + 2, 4 - 1) = (3, 3)$. Rotación en 180° : $(-x, -y) \rightarrow (-3, -3)$.
- b. Orden inverso: rotación primero: $(1, 4) \rightarrow (-1, -4)$. Traslación después: $(-1 + 2, -4 - 1) = (1, -5)$. **No se llega al mismo punto:** $(-3, -3) \neq (1, -5)$. Conclusión: **el orden de las transformaciones importa**; hay que respetar el orden del enunciado.

Comprobación de a) (doble giro de 90°): $(3, 3) \rightarrow 90^\circ \rightarrow (-3, 3) \rightarrow 90^\circ \rightarrow (-3, -3)$ ✓.
Comprobación de b) (deshacer los pasos): $(1, -5)$ menos el vector da $(-1, -4)$, y rotarlo 180° devuelve $(1, 4) = B$ ✓.

S25. Composición: rotar y trasladar

1. Rotación de $C(-4, 2)$ en 90° antihorario: $(x, y) \rightarrow (-y, x) = (-2, -4)$.
2. Traslación con $v = (5, 1)$: $(-2 + 5, -4 + 1) = (3, -3)$.

Comprobación: cuadrantes del giro: C está en II; 90° antihorario avanza a III, y $(-2, -4)$ está en III ✓. Deshacer la cadena: $(3 - 5, -3 - 1) = (-2, -4)$, y girarlo 270° (el giro que deshace 90°) da $(y, -x) = (-4, 2) = C$ ✓.

S26. ¿Es rectángulo? Verificación con Pitágoras

- a. Lados 9, 12 y 15 (el mayor, 15, sería la hipotenusa): $9^2 + 12^2 = 81 + 144 = 225$ y $15^2 = 225$. Como coinciden, **sí es rectángulo**.
- b. Lados 5, 6 y 8 (el mayor es 8): $5^2 + 6^2 = 25 + 36 = 61$, pero $8^2 = 64$. Como $61 \neq 64$, **no es rectángulo**.

Comprobación: en a), 9-12-15 es el trío 3-4-5 multiplicado por 3, y todo múltiplo de un trío pitagórico es pitagórico ✓. En b), como $61 < 64$, la “hipotenusa” es demasiado larga para esos catetos: el ángulo mayor pasa de 90° (triángulo obtusángulo), coherente con que no cumpla el teorema ✓.

S27. Recuperar el vector de traslación

- a. El vector es la resta “llegada menos partida”: $v = (4 - (-3), -1 - 5) = (7, -6)$.

- b. Aplicando el mismo vector a $R(0, -2)$: $R' = (0 + 7, -2 - 6) = (7, -8)$.

Comprobación de a): aplicar $(7, -6)$ a Q : $(-3 + 7, 5 - 6) = (4, -1) = Q'$ ✓. **Comprobación de b) (inversa):** $(7 - 7, -8 + 6) = (0, -2) = R$ ✓.

S28. Rotación inversa: encontrar el punto original

1. El giro que **deshace** una rotación de 90° antihorario es una rotación de **270° antihorario** ($90^\circ + 270^\circ = 360^\circ$, vuelta completa).
2. Aplico la regla de 270° a la imagen: $(x, y) \rightarrow (y, -x)$: $(-6, 2) \rightarrow (2, 6)$. Ese era P.

Comprobación (camino directo): rotar $P(2, 6)$ en 90° antihorario: $(-y, x) = (-6, 2)$, que es exactamente la imagen dada ✓. Cuadrantes: P está en I y su imagen en II, un cuadrante de avance antihorario, correcto para 90° ✓.

Errores trampa a vigilar en este eje

1. **Sumar cuando piden un cateto.** Es EL distractor clásico (aparece en S10 y S14). Antes de calcular pregúntate: ¿me piden el lado largo (hipotenusa $\rightarrow$ sumar) o uno corto (cateto $\rightarrow$ restar)? Chequeo final: la hipotenusa SIEMPRE debe ser el lado mayor; si tu “cateto” salió más largo que la hipotenusa, sumaste donde había que restar.
2. **Restar o sumar los lados en vez de sus cuadrados.** $12 + 16$ no es la diagonal ni $26 - 24$ la altura: el teorema relaciona los CUADRADOS de los lados.
3. **Quedarse en c^2 y olvidar la raíz.** $d^2 = 400$ no es respuesta; la respuesta es $d = 20$ (distractor D de S12).
4. **Confundir 90° con 270° .** Ambas intercambian x e y ; la diferencia es dónde va el signo menos: $90^\circ \rightarrow (-y, x)$, $270^\circ \rightarrow (y, -x)$. Verifica siempre con los cuadrantes: 90° antihorario avanza UN cuadrante; 270° , tres. Y ante la duda, $270^\circ =$ tres giros seguidos de 90° .
5. **Olvidar el sentido del giro.** Por convención el giro es antihorario; si el enunciado dice “horario” (como S18), traduce: 90° horario = 270° antihorario.
6. **En 180° , cambiar un solo signo.** La regla es $(-x, -y)$: cambian AMBOS signos y las coordenadas NO se intercambian.
7. **Restar el vector en una traslación.** Trasladar es SUMAR el vector; la resta solo se usa para recuperar el vector (S27) o para deshacer una traslación al comprobar.
8. **En composiciones, aplicar todo al punto original o cambiar el orden.** La segunda transformación se aplica al RESULTADO de la primera, y trasladar-luego-rotar $\neq$ rotar-luego-trasladar (S24 lo demuestra). Escribe las coordenadas después de CADA paso.
9. **Invertir el par ordenado.** $(2, 5)$ no es $(5, 2)$: primero horizontal (x), después vertical (y). Un bosquejo rápido con los signos de los cuadrantes detecta estos errores al instante.